ESCUELA MILITAR DE INGENIERIA
ECUACIONES DIFERENCIALES
Misceláneas de problemas
2013

Tema: TRANSFORMADA DE LA PLACE.

Use la transformada de La Place para resolver el problema con valores iniciales.

1. $y' + 4y = e^{-4t}, \qquad y(0) = 2$
2. $y' - y = 1 + te^{t}, \qquad y(0) = 0$
3. $y'' + 2y' + y = 0, \qquad y(0) = 1, y'(0) = 1$
4. $y'' - 4y' + 4y = t^3 e^{2t} \qquad y(0) = 0, y'(0) = 0$
5. $y'' - 6y' + 9y = t, \qquad y(0) = 0, y'(0) = 1$
6. $y'' - 4y' + 4y = t^3 \qquad y(0) = 1, y'(0) = 0$
7. $y'' - 6y' + 13y = 0 \qquad y(0) = 0, y'(0) = -3$
8. $2y'' + 20y' + 51y = 0 \qquad y(0) = 2, y'(0) = 0$
9. $y'' - y' = e^{t} \cos t, \qquad y(0) = 0, y'(0) = 0$
10. $y'' - 2y' + 5y = 1 + t \qquad y(0) = 0, y'(0) = 4$
11. $y'' + 2y' + y = 0, \qquad y'(0) = 2, y(1) = 2$
12. $y'' + 8y' + 20y = 0, \qquad y(0) = 0, y'(\pi) = 0$
13. $\frac{dy}{dt} - y = 1, \qquad y(0) = 0$
14. $2\frac{dy}{dt} + y = 0, \qquad y(0) = -3$
15. $y' + 6y = e^{4t}, \qquad y(0) = 2$

16. $y' - y = 2\cos(5t), \qquad y(0) = 0$

17. $y'' + 5y' + 4y = 0, \qquad y(0) = 1, y'(0) = 0$

18. $y'' - 4y' = 6e^{3t} - 3e^{-t}, \qquad y(0) = 1, y'(0) = -1$

19. $y'' + y = \sqrt{2}\,\mathrm{sen}\,\sqrt{2}t, \qquad y(0) = 10, y'(0) = 0$

20. $y'' + 9y = e^{t}, \qquad y(0) = 0, y'(0) = 0$

21. $2y''' + 3y'' - 3y' - 2y = e^{-t}, \qquad y(0) = 0, y'(0) = 0, y''(0) = 1$

22. $y''' + 2y'' - y' - 2y = \mathrm{sen}\,3t, \qquad y(0) = 0, y'(0) = 0, y''(0) = 1$

1. Recuerde que la ecuación diferencial para la carga instantánea $q(t)$ en el capacitor en un circuito RCL en serie está dada por:

$$L\frac{d^2q}{dt^2} + R\frac{dq}{dt} + \frac{1}{C}q = E(t)$$

Use la transformada de La Place para encontrar $q(t)$ cuando $L = 1h$, $R = 20\Omega$, $C = 0{,}005f$, $E(t) = 150V, t > 0$, $q(0) = 0$ e $i(0) = 0$. ¿Cuál es la corriente $i(t)$?

Use la transformada de La Place para resolver la ecuación integral o la ecuación integrodiferencial.

1. $f(t) + \int_0^t (t-\tau)f(\tau)d\tau = t$
2. $f(t) = 2t - 4\int_0^t \mathrm{sen}\,\tau f(t-\tau)d\tau$
3. $f(t) = te^{t} + \int_0^t \tau f(t-\tau)d\tau$
4. $f(t) + 2\int_0^t f(\tau)\cos(t-\tau)d\tau = 4e^{-t} + \mathrm{sen}\,t$
5. $f(t) + \int_0^t f(\tau)d\tau = 1$
6. $f(t) = \cos t + \int_0^t e^{-\tau} f(t-\tau)d\tau$
7. $f(t) = 1 + t - \frac{8}{3}\int_0^t (\tau - t)^3 f(\tau)d\tau$
8. $y'(t) = 1 - \mathrm{sen}\,t - \int_0^t y(\tau)d\tau, \qquad y(0) = 0$

En los siguientes problemas, escriba cada función en términos de funciones escalón unitario. Encuentre la transformada de La Place de la función dada.

1. $f(t) = \begin{cases} 2 & \text{si } 0 \leq t < 3 \\ -2 & \text{si } t \geq 3 \end{cases}$

2. $f(t) = \begin{cases} 1 & \text{si } 0 \leq t < 4 \\ 0 & \text{si } 4 \leq t < 5 \\ 1 & \text{si } t \geq 5 \end{cases}$

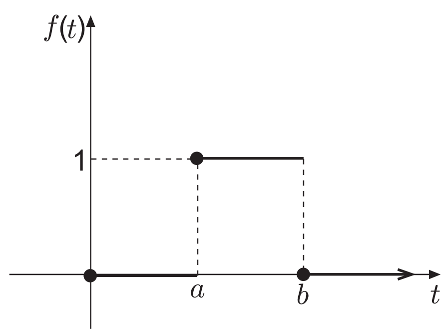
3. $f(t) = \begin{cases} 0 & \text{si } 0 \leq t < 1 \\ t^2 & \text{si } t \geq 1 \end{cases}$

4. $f(t) = \begin{cases} 0 & \text{si } 0 \leq t < 3\pi/2 \\ \operatorname{sen} t & \text{si } t \geq 3\pi/2 \end{cases}$

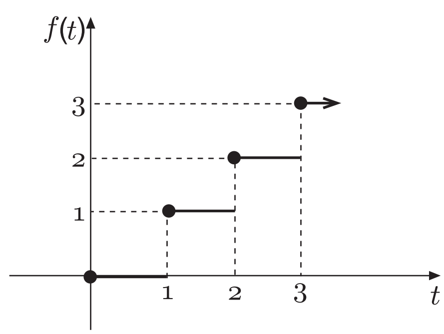
5. $f(t) = \begin{cases} t & \text{si } 0 \leq t < 2 \\ 0 & \text{si } t \geq 2 \end{cases}$

6. $f(t) = \begin{cases} \operatorname{sen} t & \text{si } 0 \leq t < 2\pi \\ 0 & \text{si } t \geq 2\pi \end{cases}$

7. Función rectangular.

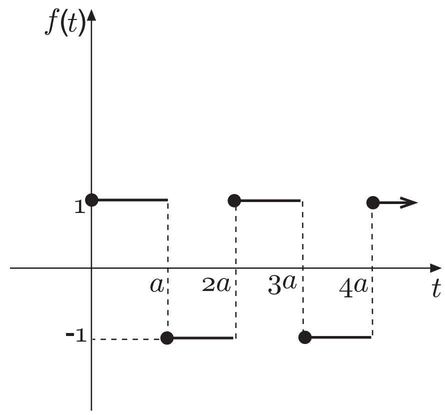


8. Función escalera.

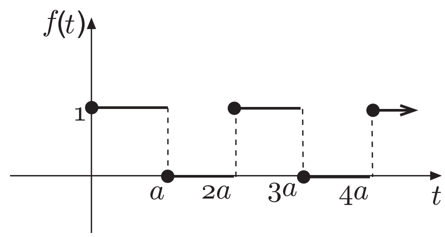


En los problemas que sigue, determine la transformada de La Place de cada una de las funciones periódicas.

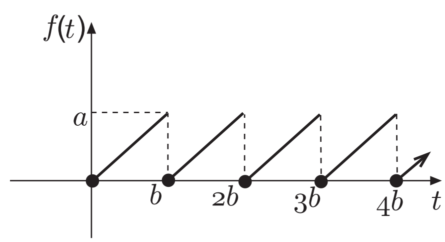
1. Función serpenteante.



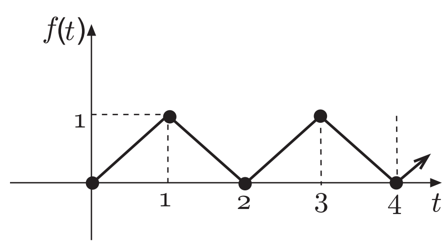
2. Función de onda cuadrada.



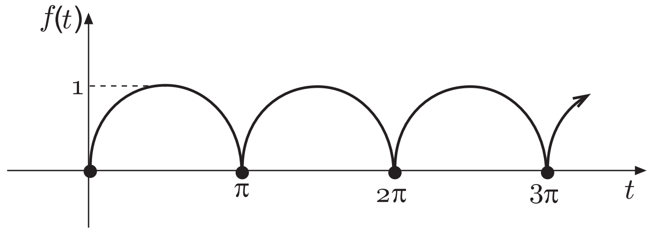
3. Función diente de sierra.



4. Función triangular.



5. Rectificación de onda completa de $\operatorname{sen} t$



6. Rectificación de media onda de $\operatorname{sen} t$